Муниципальная общеобразовательная школа – интернат
«Лицей-интернат г.Балашова Саратовской области»

| «Рассмотрено»<br>Руководитель ЛМО<br>_______/__________<br>Протокол № __ от ______ | «Согласовано»<br>Заместитель<br>директора по УВР<br>_______/__________<br>_____________ | «Утверждено»<br>Директор МОШИ<br>Лицея-интерната<br>г.Балашова<br>_______/________<br>Приказ № __ от _______ |
|---|---|---|

# Рабочая программа

## занятий математического кружка

## *«Волшебная математика»*

Картушина Александра Сергеевича

г.Балашов
2016-2017 учебный год

## I. Пояснительная записка

Программа математического кружка создана автором для занятий с учащимися 5-6 классов (дети с высокой учебной мотивацией). Данная программа рассчитана на 1 год (34 часа, из расчёта 1 час в неделю).

Данный курс способствует развитию познавательной активности, формирует потребность в самостоятельном приобретении знаний и в дальнейшем автономном обучении. Программа математического кружка содержит в основном традиционные темы занимательной математики: арифметику, логику, комбинаторику и т.д. Уровень сложности подобранных заданий таков, что к их рассмотрению можно привлечь значительное число учащихся, а не только наиболее сильных.

При отборе содержания и структурирования программы использованы общедидактические принципы, особенно принципы доступности, преемственности, перспективности, развивающей направленности, учёта индивидуальных способностей, органического сочетания обучения и воспитания, практической направленности и посильности.

Для жизни в современном обществе важным является формирование математического мышления, проявляющегося в определенных умственных навыках. В процессе математической деятельности в арсенал приемов и методов человеческого мышления естественным образом включается индукция и дедукция, обобщение и конкретизация, анализ и синтез, классификация и систематизация, абстрагирование и аналогия. Объекты математических умозаключений и правила их конструирования вскрывают механизм логических построений, вырабатывают умения формулировать, обосновывать и доказывать суждения, тем самым развивают логическое мышление.

Как известно, устойчивый интерес к математике начинает формироваться в 14-15 лет. Но это не происходит само собой: для того, чтобы ученик в 7 или 8 классе начал всерьёз заниматься математикой, необходимо, чтобы на предыдущих этапах он почувствовал, что размышления над трудными, нестандартными задачами могут доставлять подлинную радость.

Достижению данных целей способствует организация внеклассной работы, которая является неотъемлемой частью учебно-воспитательной работы в школе. Она позволяет не только углублять знания учащихся в предметной области, но и способствует развитию их дарований, логического мышления, расширяет кругозор. Кроме того, внеклассная работа по математике в форме кружковой деятельности имеет большое воспитательное значение, ибо цель ее не только в том, чтобы осветить какой-либо узкий вопрос, но и в том, чтобы заинтересовать учащихся предметом, вовлечь их в серьезную самостоятельную работу.

Для реализации поставленных целей и задач разработана программа кружкового занятия по математике «Волшебная математика» в 5-6 классах. Реализация данной программы возможна в течение одного или двух лет.

Освоение содержания программы кружка способствует интеллектуальному, творческому, эмоциональному развитию учащихся. При реализации содержания программы учитываются возрастные и индивидуальные возможности младших подростков, создаются условия для успешности каждого ребёнка.

Программа математического кружка содержит в основном традиционные темы занимательной математики: арифметику, логику, комбинаторику и т.д. Уровень сложности подобранных заданий таков, что к их рассмотрению можно привлечь значительное число учащихся, а не только наиболее сильных. Как показывает опыт, они интересны и доступны учащимся 5 - 6 классов, не требуют основательной предшествующей подготовки и особого уровня развития. Для тех школьников, которые пока не проявляет заметной склонности к математике, эти занятия могут стать толчком в развитии их интереса к предмету и вызвать желание узнать больше. Кроме того, хотя эти вопросы и выходят за рамки обязательного содержания, они, безусловно, будут способствовать совершенствованию и развитию важнейших математических умений, предусмотренных программой.

Обучение по программе осуществляется в виде теоретических и практических занятий для учащихся. В ходе занятий ребята выполняют практические работы, готовят рефераты, выступления, принимают участия в конкурсных программах.

В основе кружковой работы лежит принцип добровольности. Для обучения по программе принимаются все желающие учащиеся пятых – шестых классов.

***Продолжительность курса.***

Курс рассчитан на 1 час в неделю. Общее количество проводимых занятий – 34.

## II. Цели и задачи программы

**Основная цель** программы – развитие творческих способностей, логического мышления, углубление знаний, полученных на уроке, и расширение общего кругозора ребенка в процессе живого рассмотрения различных практических задач и вопросов.

Достижение этой цели обеспечено посредством решения следующих **задач**:

1. Пробуждение и развитие устойчивого интереса учащихся к математике и ее приложениям.
2. Оптимальное развитие математических способностей у учащихся и привитие учащимся определенных навыков научно-исследовательского характера.
3. Воспитание высокой культуры математического мышления.
4. Развитие у учащихся умения самостоятельно и творчески работать с учебной и научно-популярной литературой.
6. Расширение и углубление представлений учащихся о практическом значении математики
7. Воспитание учащихся чувства коллективизма и умения сочетать индивидуальную работу с коллективной.
8. Установление более тесных деловых контактов между учителем математики и учащимися и на этой основе более глубокое изучение познавательных интересов и запросов школьников.
9. Создание актива, способного оказать учителю математики помощь в организации эффективного обучения математике всего коллектива данного класса (помощь в изготовлении наглядных пособий, занятиях с отстающими, в пропаганде математических знаний среди других учащихся).

Частично данные задачи реализуются и на уроке, но окончательная и полная реализация их переносится на внеклассные занятия.

Основными **педагогическими принципами**, обеспечивающими реализацию программы, являются:

• учет возрастных и индивидуальных особенностей каждого ребенка;
• доброжелательный психологический климат на занятиях;
• личностно-деятельный подход к организации учебно-воспитательного процесса;
• подбор методов занятий соответственно целям и содержанию занятий и эффективности их применения;
• оптимальное сочетание форм деятельности;
• доступность.

Программа может содержать разные уровни сложности изучаемого материала и позволяет найти оптимальный вариант работы с той или иной группой обучающихся. Данная программа является программой открытого типа, т.е. открыта для расширения, определенных изменений с учетом конкретных педагогических задач, запросов детей.

## III. Тематическое планирование курса

Название тем и их содержание в виде конечного образовательного продукта, а также примерное распределение количества часов представлены в таблице:

| *№ п/п* | *Тема (содержание)* | *Форма проведения занятия* | *Литература* |
|---|---|---|---|
| 1 | Организационное занятие. Математическая смесь. | Эвристическая беседа | |
| 2 | Из истории математики:<br>a) История развития математики.<br>b) Счет у первобытных людей. | Эвристическая беседа<br>Поиск информации<br>Мини - доклады | 2, 9 |
| 3-4 | Поиски закономерностей. | Практическая работа | 3, 4 |
| 5 | Восстановление знаков действий. | Личная олимпиада | 3,7 |
| 6 | Запись цифр и действий у других народов. | Эвристическая беседа<br>Мини-доклады | 2, 9 |
| 7 | Действия с римскими цифрами. | Эвристическая беседа | 3,4 |
| 8 | Приемы устного счета. | Практическая работа | 2 |
| 9 | Приемы устного счета. | Практическая работа | 2 |
| 10 | Расшифровка записей. | Лабораторная работа | 3, 4 |
| 11 | Числовые ребусы. | Практическая работа | 1, 3 |
| 12 | Числа великаны и числа малютки. | Эвристическая беседа<br>Поиск информации<br>Мини-доклады | 2, 4, 9 |
| 13 | Логические задачи. | Практическая работа | 1, 2, 3 |
| 14 | Конечные и бесконечные множества. | Эвристическая беседа | 4 |
| 15 | Соревнование «Математическая регата». | Игра. Выполнение творческих заданий | 7 |
| 16 | Множества. | Эвристическая беседа | 4, 9 |
| 17 | Применение графов к решению задач. | Практическая работа | 4 |
| 18 | Переливания. | Практическая работа | 1, 3, 9 |
| 19 | Взвешивания. | Практическая работа | 1, 3, 9 |
| 20 | Математические ребусы. | Практическая работа | 1, 3, 9 |
| 21 | Равносоставленные фигуры. | Эвристическая беседа | 2, 4 |
| 22 | Равносоставленные фигуры. Танграм. | Практическая работа | 2, 4 |
| 23 | Геометрические задачи на разрезание. | Практическая работа | 1, 3, 9 |
| 24 | Игры с пентамино. | Практическая работа | 3, 9 |
| 25 | Соревнование. Математический конкурс «Кенгуру». | Выполнение конкурсных заданий | 7 |
| 26 | Геометрия в пространстве. | Эвристическая беседа<br>Мини-доклады | 3 |
| 27 | Задачи, связанные с прямоугольным | Практическая работа | 4 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | параллелепипедом. | | |
| 28 | В худшем случае. | Практическая работа | 2, 3, 4, 9 |
| 29 | Принцип Дирихле. | Практическая работа | 1, 2, 3, 4, 9 |
| 30 | Круги Эйлера. Графы | Эвристическая беседа | 9 |
| 31 | Задачи на обратный ход. | Практическая работа | 1 |
| 32 | Соревнование. «Математическая стрельба». | Игра. Выполнение творческих заданий | 3 (стр. 15, 55) |
| 33 | Решение математических задач с помощью рассуждений. | Практическая работа | 9 |
| 34 | Итоговое занятие. Награждение учащихся, успешно освоивших программу курса | | |

## IV. Требования к уровню подготовки учащихся

По окончании обучения учащиеся должны **знать**:

• нестандартные методы решения различных математических задач;
• логические приемы, применяемые при решении задач;
• историю развития математической науки, биографии известных ученых-математиков.

По окончании обучения учащиеся должны **уметь**:

• рассуждать при решении логических задач, задач на смекалку, задач на эрудицию и интуицию;
• систематизировать данные в виде таблиц при решении задач, при составлении математических кроссвордов, шарад и ребусов;
• применять нестандартные методы при решении программных задач

## V. Методическое обеспечение

Методической особенностью изложения учебных материалов на кружковых занятиях является такое изложение, при котором новое содержание изучается на задачах. Метод обучения через задачи базируется на следующих дидактических положениях:

• наилучший способ обучения учащихся, дающий им сознательные и прочные знания и обеспечивающий одновременное их умственное развитие, заключается в том, что перед учащимися ставятся последовательно одна за другой посильные теоретические и практические задачи, решение которых даёт им новые знания;

• с помощью задач, последовательно связанных друг с другом, можно ознакомить учеников даже с довольно сложными математическими теориями;

• усвоение учебного материала через последовательное решение задач происходит в едином процессе приобретения новых знаний и их немедленного применения, что способствует развитию познавательной самостоятельности и творческой активности учащихся.

Большое внимание уделяется овладению учащимися математическими методами поиска решений, логическими рассуждениями, построению и изучению математических моделей. Примерами таких методов служат принцип Дирихле, круги Эйлера, графы и др.

Для поддержания у учащихся интереса к изучаемому материалу, их активность на протяжении всего занятия необходимо применять ***дидактически игры*** – современному и признанному методу обучения и воспитания, обладающему образовательной, развивающей и воспитывающей функциями, которые действуют в органическом единстве. Кроме того, на занятиях математического кружка необходимо создать "атмосферу" свободного обмена мнениями и активной дискуссии.

Что касается ***технологий обучения***, т.е. определённым образом организованной серии (системы) приёмов, то наиболее адекватными являются

- проблемно-развивающее обучение;
- адаптированное обучение;
- индивидуализация и дифференциация обучения;
- информационные технологии.

При закреплении материала, совершенствовании знаний, умений и навыков целесообразно практиковать ***самостоятельную работу*** школьников.

Использование современных образовательных технологий позволяет сочетать все режимы работы: индивидуальный, парный, групповой, коллективный.

Кроме того, эффективности организации курса способствует использование различных форм проведения занятий:

- эвристическая беседа;
- практикум;
- интеллектуальная игра;
- дискуссия;
- творческая работа.

Поурочные домашние задания в разумных пределах являются обязательными. Домашние задания заключаются не только в повторении темы занятия, а также в самостоятельном изучении литературы, рекомендованной учителем.

***Формы контроля:***

Оценивание учебных достижений на кружковых занятиях должно отличаться от привычной системы оценивания на уроках. Можно выделить следующие формы контроля:

- сообщения и доклады (мини);
- тестирование с использованием заданий математического конкурса «Кенгуру»
- творческий отчет (в любой форме по выбору учащихся);
- различные упражнения в устной и письменной форме.

Также возможно проведение рефлексии самими учащимися.

## Литература:


1. Власова Т.Г. Предметная неделя математики в школе. Ростов-на-Дону: «Феникс» 2006г.
2. Галкин Е.В. Нестандартные задачи по математике.- Чел.: «Взгляд», 2005г.
3. Депман И.Я. Мир чисел.: Рассказы о математике. - Л.:Дет.лит., 1982.
4. Колягин Ю.М., Крысин А..Я. и др. Поисковые задачи по математике (4-5 классы).- М.: «Просвещение», 1979г.
5. Руденко В.Н., Бахурин Г.А., Захарова Г.А. Занятия математического кружка в 5-м классе.- М.: «Издательский дом «Искатель», 1999г.
6. Фарков А.В. Математические кружки в школе. 5-8 классы.- М.: Айрис-пресс, 2005г.
7. Шейнина О.С., Соловьева Г.М. Математика. Занятия школьного кружка 5-6 классы.- М.: «Издательство НЦ ЭНАС», 2002г.
8. Шарыгин И.Ф., Шевкин А.В. Математика. Задачи на смекалку 5-6 классы.- М.: «Просвещение», 2000г.
9. http://matematiku.ru/index.php?option=com_frontpage&Itemid=1

**Дидактические материалы**

## к занятиям кружка «Волшебная математика»

### ЗАНЯТИЕ № 5

***(Личная олимпиада)***

1. Витя сложил из карточек пример на сложение, а затем поменял местами две карточки. Какие карточки он переставил?

3 1 4 1 5 9 + 2 9 1 8 2 8 = 5 8 5 7 8 7

2. У овец и кур вместе 36 голов и 100 ног. Сколько овец?
3. Хозяин обещал работнику за 30 дней 9 рублей и кафтан. Через три дня работник уволился и получил кафтан. Сколько стоит кафтан?
4. На какое наибольшее число частей можно разделить тремя разрезами: а) блин; б) булку?
5. В бутылке, стакане, кувшине и банке налиты молоко, лимонад, квас и вода. Известно, что вода и молоко находятся не в бутылке, в банке – не лимонад и не вода, а сосуд с лимонадом стоит между кувшином и сосудом с квасом. Стакан стоит около банки и сосуда с молоком. Определите, где какая жидкость.
6. Три подруги были в белом, красном и голубом платьях. Их туфли были тех же трех цветов. Только у Тани цвета платья и туфель совпадают. Валя была в белых туфлях. Ни платье, ни туфли Лиды не были красными. Определите цвет платья и туфель каждой из подруг.
7. Три товарища – Владимир, Игорь и Сергей – окончили один и тот же педагогический институт и преподают математику, физику и литературу в школах Тулы, Рязани и Ярославля. Владимир работает не в Рязани, Игорь – не в Туле. Рязанец преподает не физику, Игорь - не математику, туляк преподает литературу. Какой предмет и в каком городе преподает каждый из друзей?
8. Как из бочки с квасом налить ровно 3 л кваса, пользуясь пустыми девятилитровым ведром и пятилитровым бидоном?

### Занятие № 15

***(математическая регата)***

1 ТУР

1. В школе 30 классов и 1000 учеников. Докажите, что есть класс, в котором не менее 34 учеников.(2 балла)
2. Можно ли отмерить 8 литров воды, находясь у реки и имея два ведра: одно вместимостью 15 литров, другое – вместимостью 16 литров? (2 балла)
3. Найдите значение выражения (В·А·Р·Е·Н·Ь·Е) : (К·А·Р·Л·С·О·Н).(3балла)

2 ТУР

1. В магазин привезли 25 ящиков с яблоками трех сортов, причем в каждом ящике лежали яблоки одного сорта. Найдутся ли 9 ящиков одного сорта?(2 балла)
2. Один сапфир и три топаза ценней, чем изумруд, в три раза. А семь сапфиров и топаз его ценнее в восемь раз. Определить прошу я вас, сапфир ценнее иль топаз? (3 балла)
3. Таня пошла покупать ручки и карандаши. На все деньги, которые у нее были, она могла купить 6 ручек. На те же деньги она могла купить 12 карандашей. Но она решила купить одинаковое количество ручек и карандашей. Сколько?(4 балла)

3 ТУР

1. В школе 400 учеников. Докажите, что хотя бы двое из них родились в один день года.(2 балла)
2. Бутылка и стакан весят столько же, сколько кувшин. Бутылка весит столько же, сколько стакан и тарелка. Два кувшина весят столько же, сколько три тарелки. Сколько стаканов уравновешивают одну бутылку?(4 балла)
3. Используя ровно пять раз цифру 5, представьте любое число от 0 до 10.(5 баллов)

**Занятие № 19**

1. В городе Маленьком 15 телефонов. Можно ли их соединить проводами так, чтобы каждый телефон был соединен ровно с пятью другими?
2. Двое по очереди ломают шоколадку 6х8. За ход разрешается сделать прямолинейный разлом любого из кусков вдоль углубления. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выиграет?
3. У Маши, Саши и Даши вместе 11 воздушных шариков. У Маши на 2 шарика меньше, чем у Даши, а у Саши на 1 шарик больше, чем у Даши. Сколько шариков у Даши?
5. Семья ночью подошла к мосту. Папа может перейти его за 1 минуту, мама – за 2 минуты, малыш – за 5, а бабушка – за 10 минут. У них есть один фонарик. Мост выдерживает только двоих. Как им перейти мост за 17 минут? (Если переходят двое, то они идут с меньшей из скоростей. Двигаться по мосту без фонарика нельзя. Светить издали нельзя. Носить друг друга на руках нельзя. Кидать фонарик нельзя.)
6. По контракту Гансу причиталось по 48 талеров за каждый отработанный день, а за каждый прогул взыскивались 12 талеров. Через 30 дней Ганс узнал, что ему ничего не причитается, но и он ничего не должен. Сколько дней он работал?
7. Вовочка собрал в коробку жуков и пауков – всего 8 штук. Если всего в коробке 54 ноги, сколько там пауков? (У жука – 6 ног, а у паука – 8 ног).
8. В коробке лежат 10 красных и 10 синих шариков. Продавец, не глядя, достает по одному шарику. Сколько шариков надо вытащить, чтобы среди вынутых из коробки шариков обязательно нашлись два шарика одного цвета?

**Занятие № 32**
***(математическая стрельба)***

1. До царя дошла весть, что кто-то из трех богатырей убил Змея Горыныча. Приказал царь им явиться ко двору. Молвили богатыри:
Илья Муромец: Змея убил Добрыня Никитич.
Добрыня Никитич: Змея убил Алеша Попович.
Алеша Попович: Я убил Змея.
Известно, что только один богатырь сказал правду, а двое слукавили. Кто убил змея.
2. На улице, став в кружок, беседуют четыре девочки: Аня, Валя, Галя и Надя. Девочка в зеленом платье (не Аня и не Валя) стоит между девочкой в голубом платье и Надей. Девочка в белом платье стоит между девочкой в розовом и Валей. Кто какое платье носит?
3. Из числа 382818 вычеркните две цифры так, чтобы получилось наибольшее возможное число.
4. Расставьте знаки арифметических действий и скобки, чтобы получились верные равенства: а) 4 4 4 4=5; б) 4 4 4 4=17; в) 4 4 4 4=20; г) 4 4 4 4=32;
д) 4 4 4 4=64.
5. Разделите 7 полных, 7 пустых и 7 полупустых бочек меда между тремя купцами, чтобы всем досталось поровну и бочек, и меда. (Мед из бочки в бочку не переливать!)
6. Продолжите последовательность чисел: 1, 11, 21, 1112, 3112, 211213, 312213, 212223, 114213, …
7. Отлейте из цистерны 13 литров молока, пользуясь бидонами емкостью 17 и 5 литров.
8. Решите ребус: КНИГА + КНИГА + КНИГА = НАУКА.

**Занятие №33**

Задачи на «рассуждения» очень часто включаются в задания математических олимпиад разного уровня. Цель данного занятия разобрать основные типы задач, решаемые при помощи рассуждений с минимальным привлечением вычислений. Рассматриваются задачи, которые можно решать и при помощи элементарных алгебраических выкладок, но, учитывая, что учащиеся пятого класса не владеют алгебраическими приемами, предлагается решение задач только при помощи рассуждений.

**<u>Задача 1.</u>**

Десяти собакам и кошкам скормили 56 котлет. Каждой собаке досталось 6 котлет, а каждой кошке 5 котлет. Сколько было собак, а сколько кошек?.

**Решение.** Будем рассуждать следующим образом: Скормим каждому животному по 5 котлет. После этого у нас останется 6 котлет. По условию, каждой кошке досталось по 5 котлет, а значит, они уже получили причитающуюся им долю. Поэтому все оставшиеся котлеты надо скормить собакам, причем дать каждой по одной котлете. А значит, мы можем оставшиеся котлеты скормить шестерым псам. Это значит, что собак было 6, а поэтому кошек было 4, если всего животных было 10.

**<u>Задача 2.</u>**

В зоомагазине продают голубей и синиц. Голубь стоит в два раза дороже синицы. Школьники, зашедшие в магазин, купили для живого уголка 5 голубей и 3 синицы. Если бы они купили 3 голубя и 2 синицы, то потратили бы на 200 рублей меньше. Сколько стоит каждая птица?

**Решение**. Решим задачу как и предыдущую, используя только рассуждения. Так как цена одного голубя равна цене одной синицы, то 5 голубей стоят столько же сколько и 10 синиц. Значит, 5 голубей и три синицы стоят столько же, сколько и 13 синиц. С другой стороны, цена 3 голубей и 5 синиц равняется цене 11 синиц. Таким образом, разница между ценой 5 голубей и 3 синиц оказывается равной разнице между ценой 13 и11 синиц, а значит равна цене 2 синиц. Поскольку две синицы стоят 200 рублей, то одна стоит 100 рублей. Так как голубь в два раза дороже синицы, то он стоит 200 рублей.

**<u>Задача 3.</u>**

Масса 10 ящиков болтов и 7 ящиков гвоздей – 366 кг, а 5 ящиков шурупов и 3 ящика навесов – 262 кг. Определите массу одного ящика гвоздей, шурупов, болтов и навесов, если известно, что ящик с гвоздями в три раза легче ящика с навесами, а с болтами – на 4 кг тяжелее, чем с шурупами.

**Решение**. Зная, что ящик с гвоздями в три раза легче ящика с навесами, имеем, что 1 ящик с навесами весит столько же, сколько 3 ящика с гвоздями три ящика, а значит 5 ящиков с шурупами и 9 ящиков гвоздей весят 262 кг. Теперь, учитывая, что ящик с болтами тяжелее ящика с шурупами на 4 кг, видим, что 5 ящиков с болтами и 9 ящиков с гвоздями весят 282 кг. Учитывая первое условия задачи, получаем, что 11 ящиков с гвоздями весят198 кг, а значит 1 ящик – 18 кг. Теперь можно узнать массу ящика других материалов. Получается, что ящик навесов весит 54 кг, шурупов – 20 кг, болтов – 24 кг.

Из разбора решений видно, что задачи 2 и 3 решаются аналогичным образом, рассуждением и заменой одних объектов в условии задачи другими.

Рассмотрим теперь решение задачи на нахождение трех неизвестных по трем суммам этих неизвестных, взятых попарно. Задача легко решается при помощи алгебраической модели из трех линейных уравнений с тремя неизвестными. Но пятиклассники не владеют этим методом и, по моему мнению, им более понятны конкретные рассуждения по условию задачи.

**<u>Задача 4.</u>**

Английский и немецкий языки изучают 116 школьников, немецкий и испанский языки учат 46 школьников, а английский и испанский языки изучают 90 школьников. Сколько школьников изучают английский, немецкий и испанский языки отдельно, если известно, что каждый школьник изучает только один язык.

**Решение**. Сложим все заданные числа. В полученную сумму количество учащихся, изучающих какой-либо язык, войдут дважды, а значит, мы узнали удвоенное количество школьников, изучающих один из иностранных языков. Итак, 252 – это удвоенное количество учеников. Поэтому всего учеников, изучающих языки, будет 126. Вычитая из этого числа 116 школьников, изучающих английский и немецкий языки, получим, что испанский язык учат 10 школьников. Поводя аналогичные рассуждения, получим, что английский язык учат 80 школьников, а немецкий 36.

Эту же задачу можно решить другим способом.

Сложив первые два заданных числа, а именно 116 и 46, мы получим 162. По смыслу задачи, это будут все ученики, изучающие иностранный язык плюс те, кто учит немецкий. И если теперь мы от этого количества отнимем тех, кто учит английский и испанский, а по условию это 90 школьников, то получим 72 ученика, что в два раза больше изучающих немецкий язык. Значит, немецкий язык учат 36 школьников. Теперь из первого и второго условия легко найти, что английский язык учат 80, а испанский 10 учеников.

Рассмотрим еще одну задачу, решаемую при помощи рассуждений.

**<u>Задача 5.</u>**

В математической олимпиаде участвовали 100 школьников. Было предложено четыре задачи. Первую задачу решили 90 человек, вторую – 80, третью – 70 и четвертую –60. При этом никто не решил все задачи. Награду получили школьники, решившие и третью, и четвертую задачи. Сколько школьников было награждено?

**Решение**. Так, как первую или вторую задачу или первую и вторую задачу решили 90+80=170 человек, а всего в олимпиаде участвовали 100 человек, то как минимум обе задачи решили 70 человек. Рассуждая аналогично, получаем, что третью и четвертую. Задачу решили как минимум 30 человек. Но по условию, ни один из участников олимпиады не решил все задачи, а значит, первую и вторую решили 70, а третью и четвертую – 30 человек. Таким образом, награждены были 30 человек.

И напоследок, рассмотрим задачу, которую будем решать с конца.

**<u>Задача 6.</u>**

Два пирата играли на золотые монеты. Сначала первый проиграл половину своих монет и отдал второму, потом второй проиграл половину всех своих монет, потом снова первый проиграл половину своих. В результате у первого оказалось15 монет, а у второго – 33. Сколько монет было у первого пирата до игры?

**Решение**. Проведем наши рассуждения с конца игровой ситуации. Перед последней игрой у первого пирата было 30 монет, потому что после проигрыша половины у него осталось 15 монет, а у второго, который выиграл в последней игре, до этой игры было 18. Рассуждая аналогичным образом, получим, что перед второй игрой у первого было 12 монет, а у второго – 36. А значит, вначале игры у каждого пирата было по 24 монеты.